



**ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"**

*Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R*

*Liceo delle Scienze Umane VAPM027011*

Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)

[www.liceocrespi.it](http://www.liceocrespi.it) - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: [lccrespi@tin.it](mailto:lccrespi@tin.it)

C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D



**CertINT® 2010**

### **Anno Scolastico 2010-2011 Classe 2^O – prof.ssa Silvana Castiglioni**

Testi: M.Andreini – R.Manara - F.Prestipino - I.Saporiti	Matematica Controluce – Algebra 1	ETAS
M.Andreini – R.Manara - F.Prestipino - I.Saporiti	Matematica Controluce – Algebra 2	ETAS
M.Andreini – R.Manara - F.Prestipino - I.Saporiti	Matematica Controluce – Geometria	ETAS

### **Compiti per le vacanze di MATEMATICA**

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - **6**: tutti gli esercizi
  - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
  - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata: MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

### **Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA**

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Lettura consigliata: MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto**

## ALGEBRA

### Equazioni fratte

Risolvi dopo aver individuato le condizioni di esistenza:

$$326 \frac{4x}{x+1} + \frac{1-4x}{x} = 0$$

$$327 \frac{2}{x-8} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2(x-8)}$$

$$328 \frac{1}{x-3} + \frac{1}{2x-5} + \frac{2}{5(3-x)} = 0$$

$$329 \frac{4x}{6x-1} - \frac{x+2}{3x+1} = \frac{1}{3}$$

$$330 \frac{5}{x+2} + \frac{2}{x-2} - 1 = \frac{1}{2-x} - \frac{x^2}{x^2-4}$$

$$331 \frac{a}{2a+10} - \frac{5}{3a+15} = \frac{a-1}{12(a+5)}$$

$$358 \frac{1}{x^2-x+2x-2} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{5}{x^2-2x+2-x}$$

$$359 \left( \frac{2x-5}{3x^2-6x} + \frac{1-2x}{x^2+4-4x} \right) \cdot \frac{2(2x^2+3x-5)}{(1-x)^2-1} + \frac{1}{x+2} = 0$$

$$360 \left( \frac{3}{2x-1} - \frac{1}{2x-2x^2-1+x} \right) \cdot \frac{(x+1)^2 - (x^2+2)}{4-12x+9x^2} = \frac{1}{(2-x)(x-1)}$$

$$361 \left( \frac{1}{1-2x} + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{x-2}{x-2x^2} - \left( \frac{2x+1}{x} - \frac{3x}{x-2} \right) = 0$$

### Equazioni riconducibili a equazioni di primo grado

Risolvi le seguenti equazioni di grado superiore al 1°, utilizzando la legge di annullamento del prodotto:

$$389 \text{ a) } x^2 + 3x = 0$$

$$\text{b) } 4x^2 - 9 = 0$$

$$390 \text{ a) } x^3 - 2x^2 = 0$$

$$\text{b) } x^3 - 2x^2 + x = 0$$

$$391 \text{ a) } x^2 + 3x - x - 3 = 0$$

$$\text{b) } 9x^2 - \frac{1}{36} = 0$$

$$392 \text{ a) } (x-2)^2 - (x-2) = 0$$

$$\text{b) } x^3 + x^2 - x - 1 = 0$$

$$393 \text{ a) } x - 5x^2 - 1 + 5x = 0$$

$$\text{b) } 3x^2 - x + 3 - 9x = 0$$

$$424 x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$425 x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x^2 + x + 12 = 0$$

$$426 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$427 6x^2 - x - 1 = 0$$

$$428 7x - 4x^2 + 2 = 0$$

$$429 2x^2 - 11x - 40 = 0$$

## Disequazioni / sistemi di disequazioni di primo grado

$$681 \frac{x+3}{2} - 2 \cdot \frac{x-2}{3} + \frac{x}{6} \geq 3 \cdot \frac{(x+2)}{6} - \frac{x}{2} + x$$

$$682 \frac{x^2-2}{5} + \frac{(x-3)(x+3)}{3} + \frac{x}{5} < \frac{8(x^2-4)}{15} + \frac{2x-1}{3}$$

$$683 3 \cdot \frac{(x+2)}{7} + \frac{3[(x-1)(x+1)]}{2} < \frac{21x^2+14x+7}{14} - x$$

$$684 \frac{2(3x-1)}{3} - \frac{3(x+2)}{2} > \frac{x+1}{6} + \frac{1}{12} \left( x - \frac{6}{2} \right)$$

$$685 \frac{2y}{1-\frac{7}{3}} + \frac{4(y+1)}{\frac{2}{3}+\frac{12}{6}} < y + \frac{2y-1}{1-\frac{1}{2}}$$

$$686 x + \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{2} \geq \frac{2x+1}{2} - 3x+1$$

$$708 \begin{cases} 2x+7 > 0 \\ 3x+6 < 0 \end{cases} \quad -\frac{7}{2} < x < -2$$

$$709 \begin{cases} 3x+1 \geq 4 \\ x-5 < 6 \end{cases} \quad 1 \leq x < 11$$

$$710 \begin{cases} 2x+4 > x+3 \\ 3x+1 \geq 2(x-1)+2 \end{cases} \quad x > -1$$

$$711 \begin{cases} \frac{1}{2}(x+6) - 4x(3-4x) < (4x+1)^2 - x \\ 2(x+3) - 3(x-1) \geq 3(1-x) + 2 \end{cases} \quad x > \frac{4}{37}$$

$$712 \begin{cases} x^2 + \frac{x-2}{6} - \frac{4(x+1)}{3} \leq (2-x)^2 \\ (x+1)(3-x) + \frac{1}{2}x > 1 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \end{cases} \quad -\frac{9}{14} < x \leq 2$$

## Disequazioni frazionarie

$$74 \frac{2x-3}{x+1} < \frac{1}{2} \quad [-1 < x < \frac{7}{3}]$$

$$75 \frac{x-1}{x} > 0 \quad [x < 0 \vee x > 1]$$

$$76 \frac{x+2}{x-1} < 0 \quad [-2 < x < 1]$$

$$77 \frac{x-3}{x+1} \geq 0 \quad [x < -1 \vee x \geq 3]$$

$$78 \frac{3x-1}{x-7} > 3 \quad [x > 7]$$

$$79 \frac{x-2}{x+5} - 1 > 0 \quad [x < -5]$$

$$80 \frac{x+3}{x-1} > 4 \quad [1 < x < \frac{7}{3}]$$

$$81 \frac{x+5}{2-2x} \geq 1 \quad [-1 \leq x < 1]$$

### Sistemi di equazioni di primo grado

Risolvi i seguenti sistemi di 1° grado scegliendo il metodo che ritieni più opportuno (alterna i diversi metodi):

64. 
$$\begin{cases} (x+2)(5-y) + 2 = x(1-y) \\ 2(x-3y) - 3(x+y) + 16 = 0 \end{cases} \quad [-2; 2]$$

65. 
$$\begin{cases} \frac{x+2y-3}{2} - \frac{2x-y+1}{3} = 1 \\ (x+3)^2 - x(x+1) - 2(y+5) = 1 \end{cases} \quad \left[ \frac{25}{19}; \frac{87}{38} \right]$$

66. 
$$\begin{cases} (3x-1)^2 + 4x + 5 = (3x-1)(3x+1) + y \\ \frac{y-x+1}{2} = \frac{x+y}{5} \end{cases} \quad [2; 3]$$

67. 
$$\begin{cases} (x-2)(x+2) - (x+1)^2 - y = -3 \\ \frac{2x-y}{3} - \frac{x+2y}{2} = \frac{8}{3} \end{cases} \quad [0; -2]$$

68. 
$$\begin{cases} \frac{3x-4y}{2} + \frac{y-2x}{4} = -\frac{25}{4} \\ \frac{x-y}{\frac{1}{2}} - \frac{2x+y}{1-\frac{3}{2}} = x-5 \end{cases} \quad [-1; 3]$$

### Sistemi fratti

121. 
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{5y+1} = \frac{5}{6} \\ \frac{3x+y-10}{4x-5y+1} = 0 \end{cases} \quad [3; 1]$$

122. 
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{x+3}{y+2} \\ \frac{xy-23}{y-3} = x-5 \end{cases} \quad [6; 4]$$

123. 
$$\begin{cases} x+y = \frac{6}{5} \\ \frac{y+3}{y+2} + \frac{x+2}{x+3} = 2 \end{cases} \quad \left[ \frac{1}{10}; \frac{11}{10} \right]$$

135. 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+4} = \frac{1}{1-y} \\ \frac{5x}{1+3y} = 1 \end{cases} \quad [-1; -2]$$

136. 
$$\begin{cases} \frac{y+3}{x-1} = 9 \\ \frac{y-5}{x+3} = \frac{1}{5} \end{cases} \quad [2; 6]$$

137. 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2y} = 1 \\ \frac{y+2}{2} = x \end{cases} \quad [\text{Impossibile}]$$

### Sistemi di tre equazioni

219. 
$$\begin{cases} x - \frac{y}{6} + \frac{z}{2} = 8 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 7 \end{cases} \quad [3; 6; 12]$$

220. 
$$\begin{cases} 2y - x = z + 1 \\ 4z - x = 2y - 4z \\ 2y - 3z = 5y - 3x \end{cases} \quad [10; 7; 3]$$

230. 
$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 2 \\ \frac{x-2y}{2} + \frac{x+z}{3} + 1 = 0 \\ \frac{x+y+z}{2} + \frac{1}{2} = y \end{cases} \quad [0; 1; 0]$$

231. 
$$\begin{cases} (x-y)(x-1) + z = x(x-y) - 6 \\ \frac{x+z}{3} - y = 4 \\ (z+1)^2 - z(z+2) + y + x = 1 \end{cases} \quad [3; -3; 0]$$

## Radicali

Eseguire i calcoli usando i teoremi sui radicali.

293  $\sqrt[6]{8} - 5\sqrt[10]{32} + 13\sqrt[4]{4} + 8\sqrt[8]{16}$   $[13 + 4\sqrt{2}]$

294  $[(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{6} - 1)]^2 + 3(\sqrt{6} + 1)$   
 $[8 + \sqrt{6}]$

295  $(4\sqrt{8} - 2\sqrt{72} + 5\sqrt{18})\sqrt{2}$   $[22]$

296  $\sqrt[3]{2}(3\sqrt[4]{4} + \sqrt[3]{32})$   $[10]$

297  $\frac{\sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[4]{11^3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt[3]{5^2}}$   $[\frac{\sqrt[12]{11^7}}{\sqrt[6]{5}}]$

298  $(2\sqrt[3]{3} + 1)(4\sqrt[3]{9} + 1 - 2\sqrt[3]{3})$   $[25]$

299  $(\sqrt{2} - \sqrt[3]{6})(\sqrt[4]{4} + \sqrt[3]{12} + \sqrt[3]{36})$   $[-4]$

300  $(\sqrt{2\sqrt[3]{8}} : \sqrt[4]{16\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}})^2 - \frac{2}{\sqrt[4]{2}}$   $[\sqrt[4]{2^3}]$

308  $\frac{1}{a + \sqrt{b}} + \frac{1}{a - \sqrt{b}} - \frac{a}{a^2 - b}$   $[\frac{a}{a^2 - b}]$

309  $\sqrt[4]{\frac{x}{y}} \cdot \sqrt{\frac{y^3}{x^3}} \cdot \sqrt[8]{\frac{x^4}{y^4}}$   $[\sqrt[4]{\frac{y^3}{x^3}}]$

310  $\sqrt{\frac{ab}{a+b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{(a+b)^2}{2a^2b}}$   $[\sqrt[6]{\frac{b(a+b)}{4a}}]$

311  $\sqrt{\frac{x^2y^3}{z}} : \sqrt[6]{\frac{z^2}{x^3}}$   $[xy \sqrt[6]{\frac{x^3y^3}{z^5}}]$

312  $\sqrt[4]{\frac{3xy}{x-y}} \cdot \sqrt[6]{\frac{x^2 - 2xy + y^2}{9x^2y^3}}$   $[\sqrt[12]{\frac{x-y}{3xy^3}}]$

313  $\sqrt{x(x+y)^3} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^5(x+y)}$   $[x^2(x+y) \sqrt[12]{x(x+y)^9}]$

314  $\frac{1}{2}\sqrt{a\sqrt{a}} + 2\sqrt{\sqrt{a^3}} - 3\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}} - \sqrt[4]{a^3}$   $[-\frac{3}{2}\sqrt[4]{a^3}]$

315  $(\sqrt[3]{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab}}) \cdot \sqrt[5]{a(a^2 - 2ab + b^2)}$   $[\sqrt[15]{\frac{(a-b)^{11}}{a^2}}]$

316  $\sqrt[4]{\frac{x-y}{x^2+2xy+y^2}} \cdot \sqrt{\frac{x+y}{x^2-xy}} : \sqrt[3]{\frac{x^2-y^2}{2xy}}$   $[\sqrt[12]{\frac{16y^4}{x^2(x-y)^7(x+y)^4}}]$

317  $\sqrt[3]{\frac{a-3}{a+2}} : \sqrt{\frac{a^2-9}{a+2}}$   $[\sqrt[6]{\frac{a+2}{(a-3)(a+3)^3}}]$

318  $\sqrt[3]{\frac{x^2z^2}{4y^4}} \cdot \sqrt[6]{\frac{8x^4y^7}{z}}$   $[x \sqrt[6]{\frac{x^2z^3}{2y}}]$

319  $\frac{\sqrt{2x\sqrt{y}}}{\sqrt[3]{3x^2\sqrt{y}}} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}} \sqrt{\frac{3y}{x}}$   $[\sqrt[12]{\frac{64}{27}xy}]$

301 VERO O FALSO?

a)  $\sqrt{3}\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{12}$   $\square$   $\square$

b) Per moltiplicare due radicali di indice diverso prima li si porta allo stesso indice.  $\square$   $\square$

c)  $\sqrt[3]{4}\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{4^35^3}$   $\square$   $\square$

Eseguire le operazioni.

302  $\sqrt{4ab} \cdot \sqrt[3]{a^3b^3} \cdot \sqrt[4]{16a^2b^2}$   $[8\sqrt[5]{a^8b^8}]$

303  $\sqrt[8]{x^2y^3} \cdot \sqrt{5x^2y} \cdot \sqrt{8x^3y}$   $[2\sqrt{10}\sqrt[8]{x^{22}y^{11}}]$

304  $\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a}$   $[a\sqrt[3]{ab}]$

305  $\sqrt{4x^2} \cdot \sqrt[6]{8x^2y^2} \cdot \sqrt[5]{2xy^3}$   $[2x\sqrt[30]{2^{21}x^{16}y^{28}}]$

306  $2\sqrt{9x} - 3\sqrt{16x} + 5\sqrt[4]{81x^2} + \sqrt[6]{64x^3}$   $[11\sqrt{x}]$

## Equazioni di secondo grado

- Incomplete

<b>10</b>	$x^2 - 9 = 0$	$5x^2 + 5 = 0$	$[S = \{\pm 3\}; S = \emptyset]$
<b>11</b>	$9x^2 - 4 = 0$	$4\left(x^2 - \frac{7}{4}\right) = 2$	$[S = \{\pm \frac{2}{3}\}; S = \{\pm \frac{3}{2}\}]$
<b>12</b>	$0,1x = 0,01x^2$	$x^2 + \sqrt{5}x = 0$	$[S = \{0, 10\}; S = \{0, -\sqrt{5}\}]$
<b>13</b>	$6\sqrt{2}x^2 - \sqrt{6}x = 0$	$(2 + \sqrt{2})x^2 = 2 - \sqrt{2}$	$[S = \{0, \frac{\sqrt{3}}{6}\}; S = \{\pm(\sqrt{2} - 1)\}]$
<b>14</b>	$\sqrt{3}x^2 - 2x = 0$	$4x^2 + \sqrt{8} = 0$	$[S = \{0, \frac{2}{3}\sqrt{3}\}; S = \emptyset]$

- Complete (utilizza ove possibile la formula ridotta)

<b>70</b>	$2x^2 - 3x - 2 = 0$	$8x^2 - 2x - 15 = 0$	$[S = \{-\frac{1}{2}, 2\}; S = \{-\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\}]$
<b>71</b>	$16x^2 + 8x - 3 = 0$	$9x^2 - 12x + 4 = 0$	$[S = \{-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\}; S = \{\frac{2}{3}\}]$
<b>72</b>	$5x^2 + 4x - 1 = 0$	$12x^2 + 2x - 2 = 0$	$[S = \{-1, \frac{1}{5}\}; S = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}]$
<b>73</b>	$\frac{1}{25}x^2 + \frac{2}{5}x + 1 = 0$	$21x^2 + 2x - 3 = 0$	$[S = \{-5\}; S = \{-\frac{3}{7}, \frac{1}{3}\}]$
<b>74</b>	$2x^2 - 5x + 17 = 0$	$\frac{1}{9}x^2 + \frac{9}{4} + x = 0$	$[S = \emptyset; S = \{-\frac{9}{2}\}]$
<b>75</b>	$x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$		$[S = \{-1, \sqrt{2}\}]$
<b>76</b>	$x^2 + x\sqrt{3} - x - \sqrt{3} = 0$		$[S = \{-\sqrt{3}, 1\}]$

- Fratte riconducibili a secondo grado (risolvi dopo aver individuato le condizioni di esistenza)

<b>181</b>	$x - \frac{1}{x} = 2$	$2 - \frac{3}{x+10} = -\frac{x+4}{8}$	$[S = \{1 \pm \sqrt{2}\}; S = \{-22, -8\}]$
<b>182</b>	$\frac{4}{3-2x} = 8 + \frac{5x-1}{x+1}$	$\frac{13+3x}{3(3x+1)} = \frac{(3x+1)}{6}$	$[S = \{-\frac{1}{2}, \frac{17}{13}\}; S = \{\pm \frac{5}{3}\}]$
<b>183</b>	$\frac{3x}{x^2-4} = \frac{4x}{x-2} + \frac{6x}{x+2}$	$\frac{7-x}{x-5} = \frac{13}{6} - \frac{x-5}{7-x}$	$[S = \{0, \frac{7}{10}\}; S = \{\frac{29}{5}, \frac{31}{5}\}]$
<b>184</b>	$\frac{8}{x^2} + 4 = \frac{x-x^2}{2x^2} - \frac{25}{2x}$	$\frac{6}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x}$	$[S = \{-\frac{4}{3}\}; S = \{\frac{1}{3}, 2\}]$
<b>185</b>	$\frac{x-4}{x^2-9} - 1 + \frac{1}{3-x} = 0$		$[S = \{\pm \sqrt{2}\}]$
<b>186</b>	$\frac{x}{x-2} - \frac{6}{x^2-x-2} = \frac{5}{x+1}$		$[S = \emptyset]$

## Problemi

**251** Al tavolo di un bar hanno consumato due caffè e quattro bibite spendendo 11 euro. Al tavolo a fianco, per tre caffè e due bibite hanno speso 8,5 euro. Quanto costa un caffè? [1,5 euro]

**252** Un cinema ha 400 posti. Il prezzo di un biglietto in platea è di 12 euro, mentre in galleria è 15 euro. Quando il cinema è completo l'incasso è di 5340 euro. Quanti sono i posti in platea e quanti in galleria? [220; 180]

**253** Ho in tasca 13 banconote, da 20 euro e da 50 euro. In totale ho 470 euro. Quante sono le banconote da 50? [7]

**254** Durante una vendita promozionale mi vengono fatte due offerte: se compro 5 paia di pantaloni e 2 giacche spendo 821 euro mentre se compro 3 completi giacca e pantalone spendo 826,50 euro. Quanto costa ogni giacca e ogni pantalone? [pantalone 90 euro e giacca 185,50 euro]

**255** La somma di 2000 euro è formata da banconote da 50 e da 100. Quante sono le banconote dei due tipi se in tutto sono 30? [20; 10]

### 256 Andrea e Barbara al bar

Andrea: «Quattro sandwiches e cinque birre. Quanto viene?»

Il cassiere: «24,50 euro.»

Barbara: «Tre sandwiches e sette birre.»

Il cassiere: «20 euro.»

Barbara: «Mi scusi, ma deve esserci un errore!»

## Problemi del passato

### 275 Problemi egizi (1850 a.C.)

a) L'area di un rettangolo è 12. La sua larghezza è  $\frac{3}{4}$  della lunghezza. Quali sono le dimensioni?

b) Un lato di un triangolo rettangolo è due volte e mezzo l'altro lato. L'area misura 20. Quanto misurano i lati?

[a: 3; 4; b: 10, 4]

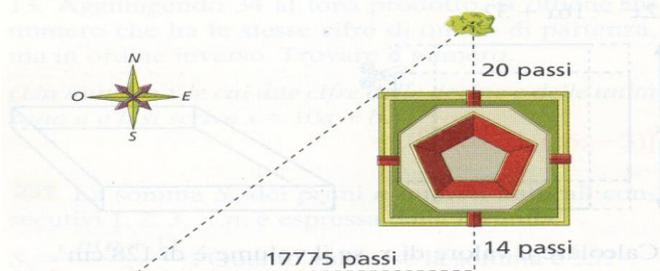
### 276 Un problema babilonese (1800 a.C.)

Un'area di 1000 m<sup>2</sup> è composta di due quadrati. Il lato di un quadrato misura 10 m di meno del  $\frac{2}{3}$  del lato dell'altro quadrato.

Quanto misurano i lati dei due quadrati? [10; 30]

### 277 Problema cinese

Una fortezza di dimensioni non note ha forma cubica e una porta al centro di ogni lato. Un albero si trova a 20 passi dalla porta nord, all'esterno della fortezza. È visibile da un punto che si raggiunge, partendo dalla porta sud, facendo 14 passi verso Sud e poi 1775 passi verso Ovest. Quanto misura il lato della fortezza?



**261** Trovare due numeri sapendo che il loro rapporto è  $\frac{7}{3}$  e che la loro somma è 80. [56; 24]

**262** Il rapporto tra due numeri è  $\frac{5}{3}$  e la loro somma è 24. Trovare i due numeri. [15; 9]

**263** Il rapporto tra la somma di due numeri e la loro differenza è  $\frac{11}{5}$ ; mentre la somma tra  $\frac{1}{4}$  del maggiore e  $\frac{1}{3}$  del minore è 12. Trovare i due numeri. [12; 32]

**265** Se ai  $\frac{3}{5}$  di un numero si aggiungono i  $\frac{2}{7}$  di un altro si ottiene 30. Inoltre la metà del primo numero diviso per  $\frac{1}{6}$  del secondo dà per quoziente 2 e resto 1. Trovare i due numeri. [30; 42]

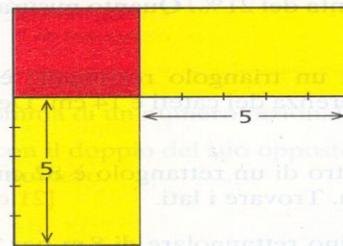
**266** La somma di due numeri è 48. Trovare i numeri sapendo che la somma del quadruplo del primo con 5 supera di 57 il triplo del secondo. [20; 28]

**267** La somma di un numero con il triplo di un altro numero è 8. Sapendo che il doppio del primo con il sestuplo del secondo danno per somma 10, determinare i due numeri. [imposs.]

**268** La differenza tra due numeri è 24. Se si aumenta di 8 ogni numero, i due nuovi numeri sono uno il triplo dell'altro. Quali sono i numeri? [28; 4]

### 278 Un problema di Al-Khuwarizmi

Un quadrato ha due rettangoli, ciascuno lungo 5 unità, costruiti su due lati. Se l'area totale è di 64 unità quadrate, quanto è il lato del quadrato?



(Si tratta di un problema di più di 1000 anni fa. Non sapendo risolvere un'equazione di II grado, veniva risolto con una costruzione geometrica.) [3]

### 279 Un problema di Diofanto (250 a.C.)

Si cercano due numeri che danno per somma 20 e prodotto 96. Trovare i due numeri.

(Il metodo suggerito da Diofanto è di indicare il più grande dei due numeri con  $10 + n$  e il minore con  $10 - n$ ...) [12; 8]

### 280 Problema assiro (300 a.C.)

Base e altezza di un rettangolo misurano insieme 14. L'area misura 48. Quali sono le misure della base e dell'altezza? [8; 6]

### 281 Problema indù del IX secolo

Un quarto di un branco di cammelli è stato avvistato nella foresta. Due volte la radice quadrata del branco si è arrampicata sui pendii di una montagna. E tre volte cinque cammelli sono rimasti sulla riva del fiume. Quanti sono i cammelli del branco? [36]

## GEOMETRIA

### Rette perpendicolari e parallele

- 4** Sia  $ABC$  un triangolo rettangolo, di ipotenusa  $BC$ . Conduci la bisettrice  $CP$  e indica con  $H$  la proiezione di  $P$  su  $BC$ . Dimostra che il triangolo  $ACH$  è isoscele sulla base  $AH$ .
- 6** Siano  $a$  e  $b$  due rette parallele. Considera un punto  $A \in a$ , un punto  $B \in b$  e conduci per un punto  $P$  del segmento  $AB$  una retta che interseca  $a$  in  $C$  e  $b$  in  $D$ . Dimostra che i triangoli  $APC$  e  $BPD$  hanno gli angoli congruenti.
- 7** Sia  $ABC$  un triangolo. Sulla parallela alla retta  $BC$  passante per  $A$  considera un punto  $D$ , appartenente allo stesso semipiano avente come origine la retta  $AB$  a cui appartiene il triangolo, tale che  $AD \cong BC$ . Dimostra che i due triangoli  $ABC$  e  $ADC$  sono congruenti.
- 8** Due triangoli  $ABC$  e  $ABD$  appartengono a semipiani opposti aventi come origine  $AB$  e sono tali che  $AC \cong BD$  e  $BC \cong AD$ . Dimostra che  $AC \parallel BD$ .
- 9** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$ . Conduci una parallela ad  $AB$  che interseca  $AC$  in  $D$  e  $BC$  in  $E$ . Considera su  $AB$  il punto  $F$  tale che  $AF \cong DE$  e dimostra che  $AD \parallel EF$ . Conduci poi da  $B$  la parallela a  $EF$  che incontra in  $G$  il prolungamento di  $DE$  e dimostra che  $AD \cong EB \cong EF \cong BG$ .

### Parallelogrammi e trapezi

- 7** Sulla diagonale  $AC$  di un parallelogramma  $ABCD$ , considera due punti  $P$  e  $Q$  tali che  $AP \cong QC$ . Dimostra che  $PBQD$  è un parallelogramma.
- 8** Dato un segmento  $PQ$ , di punto medio  $M$ , traccia due rette  $p$  e  $q$ , passanti rispettivamente per  $P$  e  $Q$ , parallele fra loro. Una retta  $r$ , passante per  $M$ , interseca  $p$  in  $R$  e  $q$  in  $S$ . Dimostra che  $PSQR$  è un parallelogramma.
- 9** Sia  $ABCD$  un parallelogramma e siano  $M, N, P$  e  $Q$  i punti medi di  $AB, BC, CD$  e  $AD$ . Dimostra, nell'ordine, che:
- a.  $AMQ$  e  $CNP$  sono congruenti
  - b.  $PDQ$  e  $MBN$  sono congruenti
  - c.  $QM \parallel PN$
- 10** Considera un triangolo  $ABC$ , isoscele sulla base  $AB$ . Traccia la bisettrice dell'angolo esterno di vertice  $C$  del triangolo e indica con  $D$  il punto d'intersezione della retta cui appartiene tale bisettrice con la retta passante per  $B$  e per il punto medio di  $AC$ . Dimostra, nell'ordine, che:
- a. la bisettrice è parallela al lato  $AB$ ;
  - b. il quadrilatero  $ABCD$  è un parallelogramma.

### Problemi algebrico-geometrici

- 14.** In un triangolo rettangolo la metà dell'ampiezza di un angolo acuto supera di  $30^\circ$  l'altro angolo acuto. Determinare i due angoli acuti.  
[ $80^\circ$ ;  $10^\circ$ ]
- 19.** In un trapezio due angoli opposti sono uno il doppio dell'altro. Sapendo che la somma di  $1/8$  del minore con  $1/2$  del maggiore è un angolo retto, determinare i quattro angoli del trapezio.  
[ $20^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $160^\circ$ ]
- 24.** Due angoli consecutivi di un parallelogrammo differiscono di  $126^\circ$ . Trovare gli angoli del parallelogrammo.  
[ $153^\circ$ ,  $27^\circ$ ]
- 27.** L'altezza di un rettangolo è  $3/4$  della base. Sapendo che la misura del perimetro del rettangolo è  $84$ , determinare le dimensioni.  
[ $18$ ;  $24$ ]
- 36.** Il rapporto tra i cateti di un triangolo rettangolo è  $3/4$  e la loro somma misura  $28$ . Calcolare perimetro e area del triangolo.  
[ $48$ ;  $96$ ]
- 48.** In un trapezio isoscele la misura del perimetro è  $180$ , quella del lato obliquo è  $29$  e la differenza delle basi è  $42$ . Calcolare l'area.  
[ $1220$ ]